

線形代数学 (1S) 課題 8 (20 年 月 日出題)

担当: 一般学科 植松 哲也 (uematsu@toyota-ct.ac.jp)

学年・学科 () 番号 () 氏名 ()

注意1. 答えだけでなく途中式や説明も残してください。式の羅列や答えのみのものは課題点を与えません。

2. 次回の講義のはじめに提出してください。

問題 1. クラメルの公式を用いて、つぎの連立 1 次方程式を解け。

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x + y + w = 4 \\ x + z + w = 6 \\ y + z + w = 8 \end{cases}$$

線形代数学 (1S) 課題8 解答 (20 年 月 日配布)

担当: 一般学科 植松 哲也 (uematsu@toyota-ct.ac.jp)

学年・学科 () 番号 () 氏名 ()

解答 1.

行列の形に書き表すと, $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}$ である.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} = -3,$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 1 \\ 6 & 0 & 1 & 1 \\ 8 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & -3 & -2 & 1 \\ 0 & -3 & -3 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \\ 0 & 0 & 3 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-1) \cdot (4 \cdot (-2) - (-2) \cdot 3) = 4,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 0 & 1 \\ 1 & 6 & 1 & 1 \\ 0 & 8 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 4 & 0 & 1 \\ 0 & 8 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 5 & -3 \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 \cdot (2 \cdot (-3) - (-1) \cdot 5) = -2,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 6 & 1 \\ 0 & 1 & 8 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 8 & 1 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 8 & 1 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 12 & 2 \end{vmatrix} = -1 \cdot (-1) \cdot (2 \cdot 2 - 1 \cdot 12) = -8,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 8 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 8 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 8 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 12 \end{vmatrix} = -1 \cdot (-1) \cdot ((-1) \cdot 12 - 2 \cdot 1) = -14$$

であるから, クラメルの公式より,

$$x = -\frac{4}{3}, \quad y = \frac{2}{3}, \quad z = \frac{8}{3}, \quad w = \frac{14}{3}$$

と求まる.