線形代数学 (1S) 課題 7 (20　　年　　月　　日出題)

担当: 一般学科 植松 哲也 (uematsu@toyota-ct.ac.jp)

学年・学科 (　　　) 番号 (　　　) 氏名　(　　　　　　　　　　　　　　　)

注意1. 答えだけでなく途中式や説明も残してください. 式の羅列や答えのみのものは課題点を与えません.

2. 次回の講義のはじめに提出してください.

問題 1. 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 \\ 3 & 5 & -6 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ について, 次の 2 通りの方法で逆行列を求めよ.

(1) 掃き出し法を用いて

裏に続く

(2) 余因子行列を用いて

線形代数学 (1S) 課題7 解答 (20　年　月　日配布)

担当: 一般学科 植松 哲也 (uematsu@toyota-ct.ac.jp)

学年・学科 (　　) 番号 (　　) 氏名　(　　　　　　　　)

解答 1.

(1)

$$
\begin{aligned}
\begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & -6 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
&\xrightarrow{②+①\times(-3),③+①\times 1}
\begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 3 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
&\xrightarrow{②\leftrightarrow③}
\begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -4 & 3 & -3 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\
&\xrightarrow{①+②\times(-3),③+②\times 4}
\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 4 \end{pmatrix} \\
&\xrightarrow{③\times(-2)}
\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & -4 \end{pmatrix} \\
&\xrightarrow{②+③\times 1}
\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & -4 \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

となる. したがって,

$$
A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -3 \\ 0 & -1 & -3 \\ -1 & -1 & -4 \end{pmatrix}
$$

と求まる.

(2)

$$
\begin{aligned}
|A| =& 1\cdot 5\cdot 2 + 3\cdot(-6)\cdot(-1) + (-3)\cdot 3\cdot 2 \\
& - (-3)\cdot 5\cdot(-1) - 3\cdot 3\cdot 2 - 1\cdot(-6)\cdot(-2) \\
=& 10 + 18 + 18 - 15 - 18 - 12 \\
=& 1
\end{aligned}
$$

である. また, 余因子を求めると,

$$
\begin{aligned}
&A_{11} = -2 \quad A_{12} = 0 \quad A_{13} = -1 \\
&A_{21} = 0 \quad A_{22} = -1 \quad A_{23} = -1 \\
&A_{31} = -3 \quad A_{32} = -3 \quad A_{33} = -4
\end{aligned}
$$

となるので,

$$
A^{-1} = \frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -3 \\ 0 & -1 & -3 \\ -1 & -1 & -4 \end{pmatrix}.
$$

と求まる.

- お疲れ様でした．もともとこの問題を選んだものの，計算が大変だったので，簡単な問題に差し替えたつもりだったのですが，手違いでそのまま出題してしまいました．ちなみに，本来出すはずの問題は，

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 \\ 3 & 5 & -6 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

という，「平和」な行列でした．
- (1) 今回の問題を解くにしても，いきなり 11 で割るよりは，「$11 - 3 \times 4 = -1$ なので，1 が作れそうだ」などと考えて，計算したほうが (場合によりけりですが,) 分数が出てこないので，ラクだと思います．私自身は，分数を出すのは最終手段で，できるだけ，足し算引き算掛け算で，1 を作るように心がけて変形しています．最後に，掃き出し法の場合，最後の 3×6 行列は A の逆行列ではありません．きちんと答えを書くことを心がけましょう．
- (2) 2 つの方法で，導出した A^{-1} が一致していない答案がちらほらありました。それくらいは見直しましょう．また，余因子行列の転置を取っていない方もちらほらいました．注意してください．