

線形代数学 (1S) 課題 5 (20 年 月 日出題)

担当: 一般学科 植松 哲也 (uematsu@toyota-ct.ac.jp)

学年・学科 () 番号 () 氏名 ()

注意1. 答えだけでなく途中式や説明も残してください. 式の羅列や答えのみのものは課題点を与えません.

2. 次回の講義のはじめに提出してください.

問題 1.

(1) 長さ 4 の順列について, その符号をすべて決定し, 以下の表をうめよ.

σ	$\text{sgn } \sigma$						
(1234)		(2134)		(3124)		(4123)	
(1243)		(2143)		(3142)		(4132)	
(1324)		(2314)		(3214)		(4213)	
(1342)		(2341)		(3241)		(4231)	
(1423)		(2413)		(3412)		(4312)	
(1432)		(2431)		(3421)		(4321)	

(2) 行列式の定義に基づいて,

$$\begin{vmatrix} 0 & 8 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 5 & 0 & 6 \\ 0 & 9 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

を計算せよ.

線形代数学 (1S) 課題5 解答 (20 年 月 日配布)

担当: 一般学科 植松 哲也 (uematsu@toyota-ct.ac.jp)

学年・学科 () 番号 () 氏名 ()

解答 1.

(1)

σ	$\text{sgn } \sigma$						
(1234)	+1	(2134)	-1	(3124)	+1	(4123)	-1
(1243)	-1	(2143)	+1	(3142)	-1	(4132)	+1
(1324)	-1	(2314)	+1	(3214)	-1	(4213)	+1
(1342)	+1	(2341)	-1	(3241)	+1	(4231)	-1
(1423)	+1	(2413)	-1	(3412)	+1	(4312)	-1
(1432)	-1	(2431)	+1	(3421)	-1	(4321)	+1

(2) 行列式の定義にしたがって計算すれば,

$$\begin{aligned}
 \begin{vmatrix} 0 & 8 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 5 & 0 & 6 \\ 0 & 9 & 0 & 0 \end{vmatrix} &= \sum_{\sigma=(p_1 p_2 p_3 p_4)} \text{sgn}(\sigma) a_{1p_1} a_{2p_2} a_{3p_3} a_{4p_4} \\
 &= +0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 - 8 \cdot 2 \cdot 0 \cdot 0 + 4 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 0 - 0 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 0 \\
 &\quad - 0 \cdot 0 \cdot 6 \cdot 0 + 8 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 0 - 4 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 9 + 0 \cdot 2 \cdot 0 \cdot 9 \\
 &\quad - 0 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 0 + 8 \cdot 1 \cdot 0 \cdot 0 - 4 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \\
 &\quad + 0 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 9 - 8 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 0 + 4 \cdot 0 \cdot 6 \cdot 0 - 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \\
 &\quad + 0 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 0 - 8 \cdot 6 \cdot 0 \cdot 0 + 4 \cdot 6 \cdot 0 \cdot 9 - 0 \cdot 1 \cdot 0 \cdot 9 \\
 &\quad - 0 \cdot 6 \cdot 0 \cdot 9 + 8 \cdot 6 \cdot 0 \cdot 0 - 4 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 0 + 0 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 0 \\
 &= +0 - 0 + 0 - 0 \\
 &\quad - 0 + 0 - 432 + 0 \\
 &\quad - 0 + 0 - 0 + 0 \\
 &\quad + 0 - 0 + 0 - 0 \\
 &\quad + 0 - 0 + 0 - 0 \\
 &\quad - 0 + 0 - 0 + 0 \\
 &= -432.
 \end{aligned}$$

となる.

- 「符号」といったら通常は数字の前のプラスマイナスのことをいいますが, ここでは, (ほとんど意味は同じですが,) +1 または -1 という**数字**なので, 注意してください. 数字じゃないと, $\text{sgn}(\sigma) a_{1p_1} a_{1p_2} a_{3p_3} a_{4p_4}$ という式を5つの数の積として見れませんね.
- 講義でも触れたように, 偶順列と奇順列の個数は等しく, この問題の場合は, 12個ずつになります.