

# 線形代数学 (1S) 課題 4 (20 年 月 日出題)

担当: 一般学科 植松 哲也 (uematsu@toyota-ct.ac.jp)

学年・学科 ( ) 番号 ( ) 氏名 ( )

---

注意1. 答えだけでなく途中式や説明も残してください。式の羅列や答えのみのものは課題点を与えません。

2. 次回の講義のはじめに提出してください。

**問題 1.** 次の連立 1 次方程式が解を持つような定数  $a$  の値を求め、そのときの連立方程式の解を求めよ。また、解の自由度はいくつか。

$$\begin{cases} x - y + 3z - 2w = -3 \\ 3x + 4y - 5z + w = a \\ -2x + y - 4z + 3w = 5 \end{cases}$$



線形代数学 (1S) 課題 4 解答 (20 年 月 日配布)

担当: 一般学科 植松 哲也 (uematsu@toyota-ct.ac.jp)

学年・学科 ( ) 番号 ( ) 氏名 ( )

**解答 1.** 問題の連立 1 次方程式の係数行列を  $A$ , 拡大係数行列を  $\tilde{A}$  とする.  $\tilde{A}$  に基本変形を施していくと,

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & -2 & -3 \\ 3 & 4 & -5 & 1 & a \\ -2 & 1 & -4 & 3 & 5 \end{pmatrix} &\xrightarrow{\textcircled{2}+\textcircled{1}\times(-3), \textcircled{3}+\textcircled{1}\times 2} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & -2 & -3 \\ 0 & 7 & -14 & 7 & a+9 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & -1 \end{pmatrix} \\ &\xrightarrow{\textcircled{2}\leftrightarrow\textcircled{3}} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & -2 & -3 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & 7 & -14 & 7 & a+9 \end{pmatrix} \\ &\xrightarrow{\textcircled{2}\times(-1)} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & -2 & -3 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 7 & -14 & 7 & a+9 \end{pmatrix} \\ &\xrightarrow{\textcircled{1}+\textcircled{2}\times 1, \textcircled{3}+\textcircled{2}\times(-7)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a+2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

となるので,  $\text{rank } A = \text{rank } \tilde{A}$  となるためには,  $a+2=0$  でなければならない. すなわち,

$$a = -2$$

である. このとき, 解の自由度は  $4 - \text{rank } A = 2$  であり,  $z = c$ ,  $w = d$  を任意定数とすれば, 解は

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -c+d-2 \\ 2c-d+1 \\ c \\ d \end{pmatrix} = c \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + d \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (c, d \text{ は任意定数})$$

となる.

- $c, d$  は任意定数, ということを書いていない人がちらほらいました. 問題文で, 省略してもよいなどと書かれていない限り, きちんと書きましょう.
- 自由度を答えていなかったり, 解を答えていなかったりという答案もちらほらありました. 問題文をよく確認しよう.
- 行列の問題は計算ミスがつきものですが, 方程式の場合は, 検算である程度はミスに気づけますので, 面倒がらずにやることをオススメします. 試験などでも, 行基本変形で間違われてしまうと,  $a$  の値や, 自由度の計算なども (たまたまあっていたとしても) 不正解にせざるを得ませんから, くれぐれも注意してください.