線形代数学 (1DKJ) 課題 11 (20　 年　 月　 日出題)

担当: 一般学科 植松 哲也 (uematsu@toyota-ct.ac.jp)

学年・学科 (　　　) 番号 (　　　) 氏名　(　　　　　　　　　　　　)

注意1. 答えだけでなく途中式や説明も残してください. 式の羅列や答えのみのものは課題点を与えません.

2. 次回の講義のはじめに提出してください.

問題 1. 次のベクトルの組は 1 次独立か. そうであれば証明し, そうでない (=1 次従属である) ときは, 非自明な 1 次関係[*1]をひとつ求めよ. [*2]

(1) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$

(2) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

裏に続く

[*1] 一般に, ベクトル $\boldsymbol{v}_1, \dots, \boldsymbol{v}_n$ の 1 次結合 $a_1\boldsymbol{v}_1 + \cdots + a_n\boldsymbol{v}_n$ が 零ベクトル $\boldsymbol{o}$ になるという等式 $a_1\boldsymbol{v}_1 + \cdots + a_n\boldsymbol{v}_n = \boldsymbol{o}$ のことを, $\boldsymbol{v}_1, \dots, \boldsymbol{v}_n$ の 1 次関係 (式) と呼ぶ. 1 次関係のうち, $a_1 = \cdots = a_n = 0$ という当たり前の 1 次関係を自明な 1 次関係, そうでないものを非自明な 1 次関係と呼ぶ. つまり, ベクトル $\boldsymbol{v}_1, \dots, \boldsymbol{v}_n$ が 1 次独立であるとは, それらが自明な 1 次関係しかもたないこと, ということになる. したがって, 1 次従属であれば, 非自明な 1 次関係が存在する.

[*2] ヒント: 定理 4.2 を使って考える. もし 1 次従属であることがわかったら, 与えられたベクトルのうちで, 1 次独立なベクトルが何本あるかを調べ, 定理 4.1 を用いて, 残りのベクトルを 1 次独立なベクトルの 1 次結合で書き表すことを考える.

(3) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}$

コメント欄

講義や宿題, 数学に関する質問, 意見があれば書いてください.