

## 2013 年度 応用数学 I 後期中間試験

担当教員: 植松哲也 (utetsuya@08.alumni.u-tokyo.ac.jp)

実施日時: 2013 年 11 月 25 日 (月) 10:20 ~ 11:20 (60 分)

配布物: 問題用紙 1 枚 (本紙, A4 両面)

解答用紙 2 枚 (B4 両面)

計算用紙 1 枚 (B4 両面)

試験開始前に, 以下に目を通しておいてください.

### 注意事項

1. 試験問題は, 本紙の裏面にある. 試験開始時間までは見ないこと.
2. 解答用紙には, クラス・番号・名前を所定の欄に記入し, 白紙であっても必ず 2 枚とも提出すること.
3. 必ずしも, 順番通りに解答する必要はないが, 解答の前には, 問題番号を明記すること.  
ただし, 問題 1 については, 解答用紙の所定の位置に解答すること.  
解答は答えだけでなく, 計算過程がわかるように記述すること.
4. 試験時間中に問題用紙・解答用紙・計算用紙を試験教室から持ち出すことは許されない.
5. ノート類の持ち込みは一切不可とする.  
机上には, 筆記用具以外はおかず, また机の中は空にしておくこと.
6. 携帯電話は, 時計としての使用も認められない. 電源を切って鞆の中にしまうこと.
7. その他, 受験者要項に従うこと.

## 応用数学 I 後期中間試験 試験問題

---

以下の問題 1 から問題 6 に答えよ。答はできるだけ簡単な形 (sin など残さない, 分数は既約分数にする,  $\sqrt{8}$  は  $2\sqrt{2}$  に直す, など) で答えること。

問題 1. 次の複素数を図示せよ。

$$(1) 3 - 4i \quad (2) 2e^{\frac{4}{3}\pi i} \quad (3) \overline{-2 - i}$$

問題 2. 次の複素数を  $a + bi$  ( $a, b$  は実数) の形に表せ。

$$(1) 2(3 - i) + i(\overline{5 + 2i}) \quad (2) \frac{|3 - 4i|}{2 - i} \quad (3) \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^{2013}$$

問題 3. 次の方程式を解け。ただし, 答は  $a + bi$  ( $a, b$  は実数) の形で表すこと。

$$(1) z^2 - 2z + 3 = 0 \quad (2) z^3 = -8i$$

問題 4. 次の複素数を  $a + bi$  ( $a, b$  は実数) の形に表せ。

$$(1) e^{1 + \frac{\pi}{2}i} \quad (2) \cos i \quad (3) \log(1 + i) \quad (4) \operatorname{Log}(-i)$$

問題 5. 次の  $z = x + yi$  の関数  $f(z)$  が正則かどうかを (Cauchy-Riemann 方程式を用いて) 判定せよ。また, 正則であるときは, 導関数を求めよ。

$$(1) f(z) = \bar{z} \quad (2) f(z) = (x^2 - y^2 - y - 1) + i(2xy + x)$$

問題 6. 関数  $u(x, y) = x^3 - 3xy^2$  が調和関数であることを示し,  $u(x, y)$  を実部に持つような正則関数  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$  をひとつ求めよ。

以上

---