

応用数学 I (ベクトル解析, 2013 年度前期, 4M/4E)
第 4 回小テスト (第 13 講 (2013 年 7 月 19 日) 実施)

クラス・番号:

氏名:

以下の各問に答えよ. 試験時間 15 分.

注意 1. 答えだけでなく途中式も残してください. 2. 周りとの相談, ノート参照など不可.

1. xy 平面内の曲線 C_1, C_2, C_3, C_4 を

$$C_1 : \mathbf{r}(t) = (t, 0) \quad (0 \leq t \leq 1)$$

$$C_2 : \mathbf{r}(t) = (1, t) \quad (0 \leq t \leq 1)$$

$$C_3 : \mathbf{r}(t) = (1 - t, 1) \quad (0 \leq t \leq 1)$$

$$C_4 : \mathbf{r}(t) = (0, 1 - t) \quad (0 \leq t \leq 1)$$

で定め, 区分的に滑らかな曲線 C を $C = C_1 + C_2 + C_3 + C_4$ で定める. 次の問いに答えよ.

(1) 曲線 C を図示せよ. 始点・終点および向きを明示すること.

(2) 線積分 $\int_{C_2} \{(x^2 - y^2)dx + 2xydy\}$ を求めよ.

(3) 線積分 $\int_C \{(x^2 - y^2)dx + 2xydy\}$ を求めよ.

2. 原点を中心とする半径 $R(> 0)$ の球 $x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$ を V とし, その表面を S とする. S の単位法線ベクトル場 n は S の外を向く向きにとるものとする. ベクトル場 a を

$$a = (x + 2013yz, 2y + 7zx, 3z + 19xy)$$

で定める.

(1) a の発散 $\operatorname{div} a$ を求めよ.

(2) ベクトル場 a の S 上の面積分 $\int_S a \cdot n dS$ を求めよ.