

応用数学 I (ベクトル解析, 2013 年度前期, 4M/4E)  
第 2 回 小テスト (第 6 講 (2013 年 5 月 24 日) 実施)

クラス・番号:

氏名:

---

以下の各問に答えよ。試験時間 15 分。

注意 1. 答えだけでなく途中式も残してください。2. 周りとの相談, ノート参照など不可。

1. 自然対数  $e$  を底とする指数関数  $y = e^{ax}$  ( $a$  は定数) について, 微分  $y' = ae^{ax}$  であったことを思い出そう。  $r(t) = \left( t, \sqrt{2}e^t, \frac{1}{2}e^{2t} \right)$  で表される曲線  $C$  について, 以下の問いに答えよ。

(1) 接線ベクトル  $\frac{dr}{dt}$  を求めよ。

(2) 曲線  $C$  上の  $t = 0$  における点  $P(0)$  から,  $t = 1$  おける点  $P(1)$  までの, 曲線の長さ  $s$  を求めよ。

2. ベクトル関数  $r(u, v) = (u, v, uv)$  で表される曲面  $S$  を考える.  $S$  の  $(u, v)$  に対応する点  $P$  における単位法線ベクトルを求めたい.

(3) 曲面  $S$  上の  $u$ -曲線の接線ベクトルである  $\frac{\partial r}{\partial u}$  と,  $v$ -曲線の接線ベクトルである  $\frac{\partial r}{\partial v}$  をそれぞれ求めよ.

(4) (3) の結果を用いて, 曲面  $S$  の単位法線ベクトル  $n = \pm \frac{\frac{\partial r}{\partial u} \times \frac{\partial r}{\partial v}}{\left| \frac{\partial r}{\partial u} \times \frac{\partial r}{\partial v} \right|}$  を求めよ.

3. スカラー場  $\varphi = x^2 + y^2 + z^2$  と点  $P(1, 2, 1)$  に対し,  $e = (0, 1, 0)$  方向への方向微分係数  $(\text{grad } \varphi)_P \cdot e$  を求めよ.