

応用数学 I (ベクトル解析, 2013 年度前期, 4M/4E)
第 2 回 小テスト (第 6 講 (2013 年 5 月 24 日) 実施)

クラス・番号:

氏名:

以下の各問に答えよ。試験時間 15 分。

注意 1. 答えだけでなく途中式も残してください。2. 周りとの相談, ノート参照など不可。

1. 自然対数 e を底とする指数関数 $y = e^{ax}$ (a は定数) について, 微分 $y' = ae^{ax}$ であったことを思い出そう。 $r(t) = \left(t, \sqrt{2}e^t, \frac{1}{2}e^{2t} \right)$ で表される曲線 C について, 以下の問いに答えよ。

(1) 接線ベクトル $\frac{dr}{dt}$ を求めよ。

(2) 曲線 C 上の $t = 0$ における点 $P(0)$ から, $t = 1$ おける点 $P(1)$ までの, 曲線の長さ s を求めよ。

2. ベクトル関数 $r(u, v) = (u, v, uv)$ で表される曲面 S を考える. S の (u, v) に対応する点 P における単位法線ベクトルを求めたい.

(3) 曲面 S 上の u -曲線の接線ベクトルである $\frac{\partial r}{\partial u}$ と, v -曲線の接線ベクトルである $\frac{\partial r}{\partial v}$ をそれぞれ求めよ.

(4) (3) の結果を用いて, 曲面 S の単位法線ベクトル $n = \pm \frac{\frac{\partial r}{\partial u} \times \frac{\partial r}{\partial v}}{\left| \frac{\partial r}{\partial u} \times \frac{\partial r}{\partial v} \right|}$ を求めよ.

3. スカラー場 $\varphi = x^2 + y^2 + z^2$ と点 $P(1, 2, 1)$ に対し, $e = (0, 1, 0)$ 方向への方向微分係数 $(\text{grad } \varphi)_P \cdot e$ を求めよ.