

## 問題 1.4[A] 3 の解答例 \*

植松 哲也 †

2016 年 5 月 10 日

3 解答.  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  を  $x$  について解くと,

$$\begin{aligned}(cx+d)y &= ax+b \\ (cy-a)x &= -dy+b\end{aligned}$$

したがって,  $cy-a \neq 0$  であれば,

$$x = \frac{-dy+b}{cy-a} = -\frac{dy-b}{cy-a}$$

となる. ここで,  $cy-a=0$  となることがあると仮定する. このとき,  $y = \frac{a}{c}$  となるので,

$$\frac{ax+b}{cx+d} = \frac{a}{c}$$

が成り立つような  $x$  が存在するが, 整理すると,

$$c(ax+b) = a(cx+d) \quad \therefore ad-bc = 0$$

となり, 仮定より,  $ad-bc \neq 0$  だったので, これは矛盾である. したがって,  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  の値域に  $\frac{c}{a}$  が含まれることはない.

よって,  $ad-bc \neq 0$  のもと, 常に,  $x = -\frac{dy-b}{cy-a}$  と解くことができる. したがって, 求める逆関数は,  $x$  と  $y$  を入れ替えて,

$$y = f^{-1}(x) = -\frac{dx-b}{cx-a}.$$

---

\* 問題は指定教科書「北岡, 深川, 河村著, 『工科系の微分積分学の基礎』」p.23 を参照.

† HP: <http://math.dge.toyota-ct.ac.jp/uematsu/ja/teaching.html>, メールアドレス: riko1bl@meijo-u.ac.jp